



ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

CICLO:

**“EDUCACIÓN ECONÓMICA Y
FINANCIERA INCLUSIVA”**

**CURSO: MATEMÁTICAS
FINANCIERAS EN EL AHORRO
Y CRÉDITO**



PRESENTACIÓN

El Banco Central de Bolivia (BCB) en coordinación con el Ministerio de Educación, a través de la Unidad Especializada de Formación Continua (UNEFCO), ha elaborado el ciclo formativo denominado “Educación económica y financiera inclusiva”, desarrollado con el propósito de contribuir a la formación de maestros y maestras de todo el Estado Plurinacional de Bolivia.

El BCB reconoce la importancia de la implementación de un proceso de educación económica y financiera formal a nivel nacional, destinada entre otros aspectos a favorecer el desarrollo del capital humano de nuestro país, con efectos positivos en el crecimiento económico y bienestar de la sociedad, tomando en cuenta que es prioridad brindar herramientas útiles a los jóvenes, para desempeñarse en su vida cotidiana y fundamentalmente como base para su futura formación profesional.

Cabe mencionar que este importante aporte interinstitucional requirió de un largo proceso para cumplir con el propósito establecido. Inicialmente el BCB desarrolló los contenidos de educación económica y financiera, que fueron incluidos en los planes y programas de educación secundaria durante el proceso de actualización curricular, llevado adelante por el Ministerio de Educación. Luego se elaboraron los contenidos para los textos de aprendizaje de los estudiantes, además de material complementario (cartillas y videos educativos). Por último, se participó en la capacitación virtual a los maestros y maestras mediante talleres realizados en diversas plataformas educativas.

A partir de ese trabajo, se estableció la necesidad de seguir capacitando a los maestros y maestras sobre los contenidos desarrollados, de esta manera el BCB y la UNEFCO realizan los cursos en educación económica y financiera que serán desarrollados en este ciclo formativo.

Los textos que acompañan cada uno de los cursos, contienen conceptos, información y actividades, cuya finalidad es contribuir a la formación económica y financiera de maestros y maestras de todo el territorio nacional, constituyéndose en material de apoyo para el proceso de enseñanza-aprendizaje que éstos llevan adelante con los estudiantes de secundaria del Subsistema de Educación Regular.

Edwin Rojas Ulo
Presidente a.i.
Banco Central de Bolivia



OBJETIVO HOLÍSTICO DE CICLO

Asumimos la responsabilidad de la inclusión económica, familiar y comunitaria, profundizando conocimientos sobre educación económica y financiera, la caracterización de la economía boliviana y la matemática financiera en el ahorro y crédito, analizando, reflexionando y realizando ejercicios de operaciones financieras en nuestro contexto, para contribuir al desarrollo económico y social del país con soberanía monetaria.

OBJETIVO DEL CURSO

Desarrollamos conocimientos y capacidades en matemática financiera realizando el análisis a través de operaciones financieras sobre el valor y la rentabilidad de diferentes productos del mercado financiero, **generando actitudes de responsabilidad y autonomía económica, para contribuir al fortalecimiento de los emprendimientos productivos y el desarrollo económico.**





Tema 1:

MATEMÁTICAS FINANCIERAS



Actividad de inicio

Leamos el siguiente cuento del libro “El Hombre Que Calculaba” del autor Malba Tahan

Singular aventura acerca de 35 camellos que debían ser repartidos entre tres árabes. Beremís Samir efectúa una división que parecía imposible, conformando plenamente a los tres querellantes.

La ganancia inesperada que obtuvimos con la transacción.

Hacia pocas horas que viajábamos sin interrupción, cuando nos ocurrió una aventura digna de ser referida, en la cual mi compañero Beremís puso en práctica, con gran talento, sus habilidades de eximio algebrista.

Encontramos, cerca de una antigua posada medio abandonada, tres hombres que discutían acaloradamente al lado de un lote de camellos. Furiosos se gritaban improperios y deseaban plagas:

- ¡No puede ser!
- ¡Esto es un robo!
- ¡No acepto!

El inteligente Beremís trató de informarse de que se trataba.

- Somos hermanos –dijo el más viejo- y recibimos, como herencia, esos 35 camellos. Según la expresa voluntad de nuestro padre, debo yo recibir la mitad, mi hermano Hamed Namir una tercera parte, y Harim, el más joven, una novena parte.

No sabemos, sin embargo, como dividir de esa manera 35 camellos, y a cada división que uno propone protestan los otros dos, pues la mitad de 35 es 17 y medio. ¿Cómo hallar la tercera parte y la novena parte de 35, si tampoco son exactas las divisiones?

- Es muy simple –respondió el “Hombre que calculaba”-. Me encargaré de hacer con justicia esa división si me permitís que junte a los 35 camellos de la herencia, este hermoso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Traté en ese momento de intervenir en la conversación:

- ¡No puedo consentir semejante locura! ¿Cómo podríamos dar término a nuestro viaje si nos quedáramos sin nuestro camello?

- No te preocupes del resultado “bagdalí” –replicó en voz baja Beremís-. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Dame tu camello y verás, al fin, a que conclusión quiero llegar.

Fue tal la fe y la seguridad con que me habló, que no dudé más y le entregué mi hermoso “jamal”, que inmediatamente juntó con los 35 camellos que allí estaban para ser repartidos entre los tres herederos.

- Voy, amigos míos –dijo dirigiéndose a los tres hermanos- a hacer una división exacta de los camellos, que ahora son 36.

Y volviéndose al más viejo de los hermanos, así le habló:

- Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Recibirás en cambio la mitad de 36, o sea, 18. Nada tienes que reclamar, pues es bien claro que sales ganando con esta división.

Dirigiéndose al segundo heredero continuó:

- Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y pico. Vas a recibir un tercio de 36, o sea 12. No podrás protestar, porque también es evidente que ganas en el cambio.



Y dijo, por fin, al más joven:

- A ti, joven Harim Namir, que según voluntad de tu padre debías recibir una novena parte de 35, o sea, 3 camellos y parte de otro, te daré una novena parte de 36, es decir, 4, y tu ganancia será también evidente, por lo cual sólo te resta agradecerme el resultado.

Luego continuó diciendo:

- Por esta ventajosa división que ha favorecido a todos vosotros, tocarán 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado $(18 + 12 + 4)$ de 34 camellos. De los 36 camellos sobran, por lo tanto, dos. Uno pertenece, como saben, a mi amigo el “bagdalí” y el otro me toca a mí, por derecho, y por haber resuelto a satisfacción de todos, el difícil problema de la herencia

- ¡Sois inteligente, extranjero! - exclamó el más viejo de los tres hermanos-. Aceptamos vuestro reparto en la seguridad de que fue hecho con justicia y equidad.

El astuto Beremís –el “Hombre que calculaba”- tomó luego posesión de uno de los más hermosos “jamales” del grupo y me dijo, entregándome por la rienda el animal que me pertenecía:

- Podrás ahora, amigo, continuar tu viaje en tu manso y seguro camello. Tengo ahora yo, uno solamente para mí.

Y continuamos nuestra jornada hacia Bagdad.

¿Qué acciones matemáticas realizamos cotidianamente?

Compartimos nuestra experiencia con nuestras compañeras y compañeros de curso.

DEFINICIÓN

Las **matemáticas financieras** es la rama que se encarga del estudio de las operaciones financieras y de las variaciones cuantificables del dinero en el tiempo, donde una operación financiera es un intercambio de capitales.

Comprenden operaciones en las cuales intervienen los siguientes elementos:



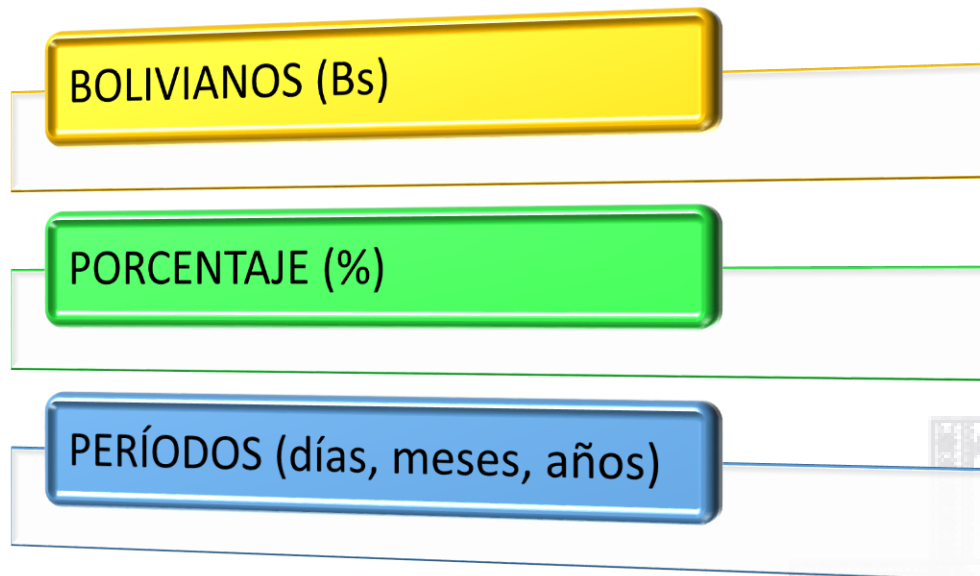
CAPITAL

INTERÉS

TIEMPO

- *Busquemos los conceptos de los términos económicos antes descritos.*

Representados por:



En consecuencia, podemos decir que la matemática financiera nos sirve para entender el valor del dinero en el tiempo y es importante en la vida, debido a que los ingresos y egresos de una persona nunca coinciden en el tiempo, por lo tanto, estos flujos de efectivo deben planificarse cuidadosamente para la toma de decisiones financieras permitiendo una adecuada asignación de recursos monetarios.

- *Si dialogamos con los colegas de nuestra unidad educativa respecto al nivel salarial de hace 20 años y la comparamos con la actual, comprenderemos el cambio dinámico del valor del dinero en el tiempo.*

La importancia del dinero en el tiempo

El valor del dinero en el tiempo es un concepto importante a tener en cuenta porque el dinero puede ser invertido y crecer con el tiempo, es decir que cambia de valor con el tiempo, en consecuencia, **el dinero de hoy es diferente al dinero de mañana**. El concepto del valor del dinero en el tiempo dio origen al interés.

Considerar el valor del dinero en el tiempo conlleva beneficios monetarios a través del ahorro, bajo la premisa de que este dinero reservado para el futuro puede generar ganancias, denominadas interés, la forma más común es depositar los ahorros en Entidades de Intermediación Financiera (EIF), como por ejemplo en los bancos:

Un banco te paga un porcentaje por depositar tus ahorros, en una cuenta corriente, cuenta de ahorros o un depósito a plazo fijo.

El porcentaje se denomina tasa de interés pasiva y el monto de dinero pagado es el interés ganado.



1.1. El capital financiero

El **capital financiero**, es la cantidad de dinero que no ha sido gastada por las personas y se encuentra en calidad de ahorro. Posteriormente, este es trasladado a un mercado financiero, con la finalidad de obtener rentas e intereses adicionales a través de tasas de interés activas o pasivas. La suma del capital financiero es canalizada para impulsar la inversión en diferentes actividades económicas.



Tasas de interés

La **tasa de interés**, es el precio de dinero en el tiempo. También es conocida como la renta obtenida respecto al valor del capital invertido en un período de tiempo. Usualmente expresada en términos porcentuales éstas pueden clasificarse por su aplicación y por el cobro de intereses.



Por su aplicación:

- **Tasa de interés activa:** Es aquella tasa de interés que es cobrada por las Entidades de Intermediación Financiera (EIF) a los deudores de crédito por el uso del capital, estas pueden ser: tasa de interés comercial, tasa de interés hipotecario, tasa de interés de consumo, tasa de interés de la microempresa,

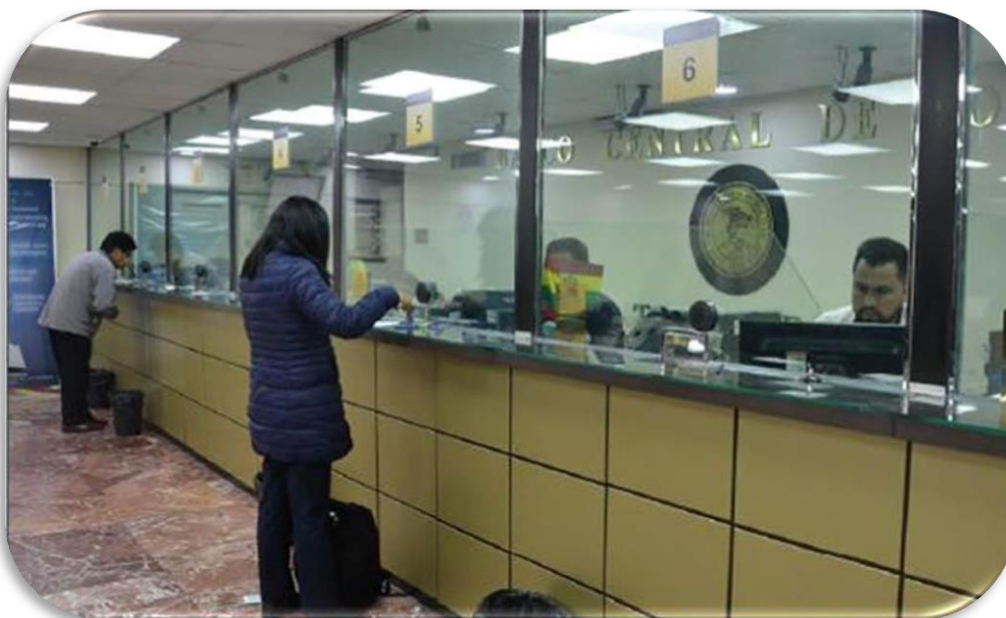


etc.

- **Tasa de interés pasiva**, Es aquella tasa de interés pagada por las EIF a los depositantes por sus ahorros; estas pueden ser: tasa de interés de caja de ahorros, tasa de interés de cuentas corrientes, tasa de interés de depósitos a plazo fijo entre otras.

Por el cobro de interés

- **Tasa de interés fija**: Es aquella tasa de interés que no puede ser modificada o reajustada en ningún momento por ninguna de las partes, es decir están definidas en un contrato entre la EIF y el cliente.



- **Tasa de interés variable**: Es aquella tasa de interés que puede ser ajustada periódicamente, están contractualmente pactadas y definidas en un contrato entre la EIF y el cliente.

Las tasas variables usualmente son pactadas a través de la Tasa de Referencia (TRé), que la tasa de interés que se suma a la tasa base en los préstamos con

interés variable otorgados por las EIF, misma que les permite modular en su gestión de resultados el costo de fondeo promedio vigente en el mercado.

El tiempo

El tiempo, es el número de unidades de periodicidad (días, meses, años, trimestres, etc.) que transcurre entre el momento inicial y el final de una operación financiera. El dinero en el tiempo puede variar por distintas razones, como por ejemplo:

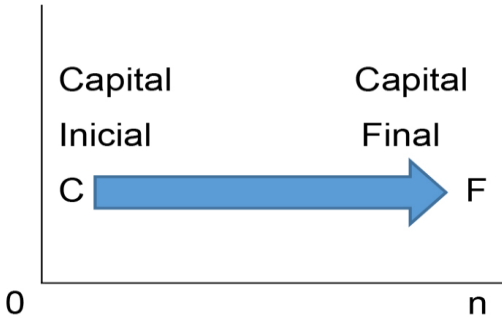
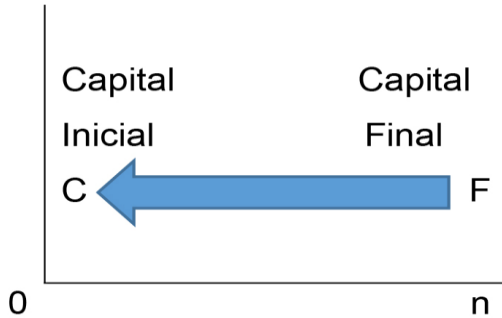


Por lo tanto, analizar el dinero en el tiempo nos permite entender que:

- Bs100 el día de hoy, es diferente a Bs100 del día de mañana.
- El valor del dinero permite analizar distintas oportunidades.
- Existen riesgos financieros a la hora de invertir.

1.2. Operación financiera

Una operación financiera es un instrumento que permite el intercambio temporal de capitales financieros. Mediante la operación financiera se realiza un intercambio de dinero entre los sujetos que participan en la operación. El uso de herramientas matemáticas en operaciones financieras permite cuantificar el capital a lo largo del tiempo, en forma de capitalización o de descuento.

Capitalización	Descuento
Es la acción de calcular el capital inicial a partir de un momento determinado "0" a un momento posterior del tiempo "n".	Es la acción de calcular el capital final a partir de un momento posterior "n" a un momento anterior del tiempo "0".
 <p>Capital Inicial C → Capital Final F</p> <p>0 n</p>	 <p>Capital Inicial C ← Capital Final F</p> <p>0 n</p>
Las operaciones financieras , están compuestas por: el origen de la operación, el final de la operación, la duración de la operación, el acreedor, el deudor y las condiciones de la operación (interés simple o compuesto).	

Actividad de reflexión

En el marco de lo estudiado comprender que el ahorro de manera activa puede generar intereses (ganancias) de acuerdo a la visión de diversas inversiones que desarrollamos, pero para ello debemos comprender que:



Actividades de concreción

- Realicemos una lista de las inversiones económicas que se dan cerca a nuestro contexto educativo.

- ¿De acuerdo a tu interés personal en qué invertirías tus ahorros para generar mayor interés en el futuro?



Tema 2:

INTERÉS SIMPLE

Actividad de inicio

Leamos el siguiente cuento del libro “El Hombre Que Calculaba” del autor Malba Tahan

Leyenda sobre el juego de ajedrez, contada al califa de Bagdad, Al-Motacen Billah, Emir de los Creyentes, por Beremís Samir, el “Hombre que calculaba”.

Difícil será descubrir, dada la vaguedad de los documentos antiguos, la época exacta en que vivió y reinó en la India un príncipe llamado Iadava, dueño de la provincia de Taligana. Sería injusto, sin embargo, ocultar que el nombre de ese soberano es mencionado por varios historiadores hindúes, como el de uno de los monarcas más generosos y ricos de su tiempo.

La guerra, con su cortejo inimitable de calamidades, amargó mucho la vida del rey Iadava, cambiando el ocio y el placer de que gozaba la realeza, en las más inquietantes tribulaciones. Fiel al deber que le imponía la Corona, de velar por la tranquilidad de sus súbditos, se vio el hombre bueno y generoso obligado a empuñar la espada para repeler, al frente de un pequeño ejército, un insólito y brutal ataque del aventurero Varangul, que se decía príncipe de Calian.

El choque violento de los dos rivales sembró de muertos los campos de Dacsina y tiñó de sangre las aguas sagradas del río Shandú. El rey Iadava tenía –según lo que revela la crítica de los historiadores- singular aptitud militar; sereno, elaboró un plan de batalla para impedir la invasión, y tan hábil y afortunado fue al ejecutarlo, que logró vencer y aniquilar por completo a los malintencionados perturbadores de la paz de su reino.

El triunfo sobre los fanáticos de Varangul le costó, desgraciadamente, grandes sacrificios; muchos jóvenes “quichatrias” pagaron con la vida la seguridad de un trono para prestigio de una dinastía; y entre los muertos, con el pecho atravesado por certera flecha, quedó en el campo de batalla el príncipe Adjamir, hijo del rey ladava, quien patrióticamente se sacrificó en el momento culminante de la lucha, para salvar la posición que dio a los suyos la victoria final.

Terminada la cruenta campaña y asegurados los nuevos límites de su frontera, regresó el rey a su suntuoso palacio de Andra, prohibiendo, sin embargo, las ruidosas manifestaciones con que los hindúes festejan sus victorias. Encerrado en sus habitaciones, solo salía de ellas para atender a los ministros y sabios brahmanes cuando algún grave problema nacional lo obligaba a decidir, como jefe de Estado, en interés y para la felicidad de sus súbditos.

Con el correr de los días, en lugar de pagarse los recuerdos de la penosa campaña, más se agravaban la angustia y la tristeza que, desde entonces, oprimían el corazón del rey. ¿De qué le podrían servir, en verdad, los ricos palacios, los elefantes de guerra, los tesoros inmensos, si ya no vivía a su lado aquel que fuera la razón de su existencia? ¿Qué valor podrían tener, a los ojos de un padre inconsolable, las riquezas materiales que no borrarían nunca el recuerdo del hijo desaparecido? Los pormenores de la batalla en que pereciera el príncipe Adjamir no abandonaban su pensamiento.

El infeliz monarca pasaba largas horas trazando, sobre una gran caja de arena, las diversas maniobras realizadas por las tropas durante el asalto. Un surco indicaba la marcha de la infantería; otro, paralelo, a su lado, mostraba el avance de los elefantes de guerra; un poco más abajo, representada en pequeños círculos, dispuestos con simetría, se perfilaba la temida caballería, comandada por un viejo “radj”, que se decía bajo la protección de Tchandra la diosa de la Luna. Así, por medio de gráficos, esbozaba el rey la colocación de las tropas, estando las enemigas desventajosamente colocadas, gracias a su estrategia, en el campo en

que se libró la batalla decisiva. Una vez completo el cuadro de los combatientes, con todos los detalles que pudiera evocar, borraba el rey todo, y comenzaba otra vez, como si sintiese placer en revivir los momentos de angustia y ansiedad pasados.

A la hora temprana de la mañana, en que los brahmanes llegaban al palacio para la lectura de los Vedas, ya se veía al rey trazando en la arena los planos de una batalla que se reproducía indefinidamente. ¡Desgraciado monarca! –murmuraban los sacerdotes, apenados-. Procede como un “sudra” a quien Dios privó del uso de la razón. ¡Sólo Dhanoutara, poderosa y clemente, podrá salvarlo! Y los brahmanes elevaban oraciones, quemaban raíces aromáticas, implorando a la diosa clemente y poderosa, eterna patrona de los enfermos, que amparase al soberano de Taligana. Un día, finalmente, fue informado el rey de que un joven brahmán –pobre y modesto- solicitaba una audiencia que venía pidiendo desde hacía algún tiempo.

Como estuviese en ese momento en buena disposición de ánimo, ordenó el rey que llevaran al desconocido a su presencia.

Conducido a la gran sala del trono, fue interpelado el brahmán, como lo exigía la costumbre, por uno de los visires del rey. - ¿Quién eres, de dónde vienes y que deseas de aquel que, por la voluntad de Vichnú, es rey y señor de Taligana? - Mi nombre –respondió el joven - es Lahur Sessa, y vengo de la aldea de Manir, que está a treinta días de marcha de esta bella ciudad. Al recinto en que vivía llegó la noticia de que nuestro bondadoso rey arrastraba los días, en medio de profunda tristeza, amargado por la ausencia del hijo que le robaba la guerra. Gran mal será para el país, me dije, si nuestro querido soberano se encierra como un brahmán ciego dentro de su propio dolor. Pensé, pues, en inventar un juego que pudiera distraerlo y abrir en su corazón las puertas a nuevas alegrías. Es ese insignificante obsequio que deseo, en este momento, ofrecer a nuestro rey ladava.

Como todos los grandes principios citados en las páginas de la historia, tenía el soberano hindú el grave defecto de ser excesivamente curioso. Cuando le informaron del objeto de que el joven bramán era portador, no pudo contener el deseo de verlo y apreciarlo sin demora.

Lo que Sessa traía al rey ladava consistía en un gran tablero cuadrado, dividido en sesenta y cuatro cuadraditos iguales; sobre ese tablero se colocaban dos colecciones de piezas, que se distinguían unas de otras por el color, blancas y negras, repitiendo simétricamente los motivos y subordinadas a reglas que permitían de varios modos su movimiento.

Sessa explicó con paciencia al rey, a los visires y cortesanos que rodeaban al monarca, en qué consistía el juego, enseñándoles las reglas esenciales: - Cada uno de los jugadores dispone de ocho piezas pequeñas, llamadas peones. Representan la infantería que avanza sobre el enemigo para dispersarlo. Secundando la acción de los peones vienen los elefantes de guerra, representados por piezas mayores y más poderosas; la caballería, indispensable en el combate, aparece, igualmente, en el juego, simbolizada por dos piezas que pueden saltar como dos corceles, sobre las otras; y para intensificar el ataque, se incluyen – representando a los guerreros nobles y de prestigio – los dos visires del rey. Otra pieza, dotada de amplios movimientos, más eficiente y poderosa que las demás, representará el espíritu patriótico del pueblo y será llamada la reina. Completa la colección una pieza que aislada poco vale, pero que amparada por las otras se torna muy fuerte: es el rey.

El rey ladava, interesado por las reglas del juego, no se cansaba de interrogar al inventor:

- ¿Y por qué la reina es más fuerte y poderosa que el mismo rey?
- Es más poderosa –argumentó Sessa- porque la reina representa, en el juego, el patriotismo del pueblo. El poder mayor con que cuenta el rey reside, precisamente, en la exaltación cívica de sus súbditos. ¿Cómo podría el rey resistir los ataques de

sus adversarios, si no contase con el espíritu de abnegación y sacrificio de aquellos que lo rodean y velan por la integridad de la patria?

En pocas horas el monarca aprendió las reglas del juego, consiguiendo derrotar a sus visires en partidas que se desenvolvían impecablemente sobre el tablero.

Sessa, de vez en cuando, intervenía respetuoso, para aclarar una duda o sugerir un nuevo plan de ataque o de defensa. En determinado momento el rey hizo notar, con gran sorpresa que la posición de las piezas, por las combinaciones resultantes de diversos lances, parecía reproducir exactamente la batalla de Dacsina. - Observad –dijo el inteligente Brahmán- que para conseguir la victoria es imprescindible el sacrificio de este visir. E indicó precisamente la pieza que el rey ladava, en el desarrollo del juego, pusiera gran empeño en defender y conservar.

El juicioso Sessa demostraba, de ese modo, que el sacrificio de un príncipe es a veces impuesto como una fatalidad, para que de él resulten la paz y la libertad de un pueblo.

Al oír tales palabras, exclamó el rey ladava, sin ocultar su entusiasmo:

- No creí nunca que el ingenio humano pudiera producir maravillas como este juego, tan interesante al par que instructivo. Moviendo esas simples piezas, aprendí que un rey nada vale sin el auxilio y la dedicación constante de sus súbditos, y que, a veces, el sacrificio de un simple peón vale más, para la victoria, que la pérdida de una poderosa pieza.

Y, dirigiéndose al joven brahmán le dijo:

- Quiero recompensarle, amigo mío, por este maravilloso obsequio, que de tanto me sirvió para aliviar viejas angustias. Pide, pues, lo que desees, para que yo pueda demostrar, una vez más, como soy de agradecido con aquellos que son dignos de una recompensa.

Las palabras con que el rey traducía su agradecimiento dejaron indiferente a Sessa. Su fisonomía serena no traducía la menor emoción ni la más insignificante muestra de alegría o sorpresa. Los visires miraban atónitos y asombrados su apatía ante un ofrecimiento tan magnánimo.

- Rey todopoderoso –recreó el joven con suavidad y altivez. No deseo, por el presente que hoy os traje, otra recompensa que la satisfacción de haber proporcionado al señor de Taligana un pasatiempo agradable para aligerar el peso de las horas alargadas por agobiadora melancolía. Yo estoy, por lo tanto, sobradamente recompensado, y toda otra paga sería excesiva.

Sonrió, desdeñosamente, el bondadoso soberano al oír aquella respuesta, que reflejaba un desinterés tan raro entre los hindúes. Y, no creyendo en la sinceridad de las palabras de Sessa, insistió:

- Me causa asombro tanto desamor y desdén por las cosas materiales, joven. La modestia, cuando es excesiva, es como el viento que apaga la antorcha, dejando al viandante en las tinieblas de una noche interminable. Para que el hombre pueda vencer los múltiples obstáculos que le depara la vida, precisa tener el espíritu sujeto a una ambición que lo impulse hacia un ideal cualquiera. Exijo, por tanto, que escojas sin demora, una recompensa digna de tu valioso regalo. ¿Quieres una bolsa llena de oro? ¿Deseas un arca llena de joyas? ¿Pensaste en poseer un palacio? ¿Aspiras a la administración de una provincia? Aguardo tu respuesta, ya que mi palabra está ligada a una promesa.

- No admitir vuestro ofrecimiento después de vuestras últimas palabras –respondió Sessa-, más que descortesía sería desobediencia al rey. Voy, pues, a aceptar por el juego que inventé, una recompensa que corresponda a vuestra generosidad; no deseo, sin embargo, ni oro, ni tierras, ni palacios. Deseo mi recompensa en granos de trigo.

- ¿Granos de trigo? – Exclamó el rey, sin ocultar la sorpresa que le causara semejante propuesta-. ¿Cómo podré pagarle con tan insignificante moneda?

- Nada más simple –aclaró Sessa-. Dadme un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta y así duplicando sucesivamente hasta la sexagésima cuarta y última casilla del tablero. Ruego a vos, rey generoso, que, de acuerdo con vuestra magnífica oferta, ordenéis el pago en granos de trigo, y así como te indiqué.

No sólo el rey, sino los visires y venerables brahmanes, se rieron estrepitosamente al oír la extraña solicitud del joven. La falta de ambición que se traducía en aquel pedido era, en verdad, como para causar asombro aún al que menos apego tuviese a las cosas materiales de la vida. ¡El joven brahmán, que pudo obtener del rey un palacio o una provincia, se conformaba con granos de trigo!

- Insensato –exclamó el rey-. ¿Dónde aprendiste tan grande indiferencia por la fortuna? La recompensa que me pides es ridícula. Bien sabes que en un puñado de trigo hay un número enorme de granos. Debes darte cuenta de que con dos o tres medidas de trigo te pagaré holgadamente, conforme tu pedido, por las 64 casillas del tablero. Has elegido una recompensa que no alcanzaría ni para distraer algunos días el hambre del último “paria” de mí reino. En fin, ya que mi palabra fue empeñada, ordenaré que el pago se haga inmediatamente conforme a tu deseo.

Mandó llamar el rey a los algebristas más hábiles de la Corte y les ordenó calculasen la porción de trigo que Sessa pretendía.

Los sabios matemáticos, al cabo de algunas horas de profundos estudios, volvieron al salón para hacer conocer al rey el resultado completo de sus cálculos.

Preguntándoles el rey, interrumpiendo el juego:

- ¿Con cuántos granos de trigo podré cumplir, finalmente, con la promesa hecha al joven Sessa?

- Rey magnánimo –declaró el más sabio de los geómetras-: calculamos el número de granos de trigo que constituirá la recompensa elegida por Sessa, y obtuvimos un número cuya magnitud es inconcebible para la imaginación humana.

Hallamos en seguida, y con la mayor exactitud, a cuántas “ceiras” correspondería ese número total de granos, y llegamos a la siguiente conclusión: la cantidad de trigo que debe entregarse a Lahur Sessa equivale a una montaña que teniendo por base la ciudad de Taligana, fuese 100 veces más alta que el Himalaya. La India entera, sembrados todos sus campos, y destruidas todas sus ciudades, no produciría en un siglo la cantidad de trigo que, por vuestra promesa, debe entregarse al joven Sessa.

¿Cómo describir aquí la sorpresa y el asombro que esas palabras causaron al rey ladava y a sus dignos visires? El soberano hindú se veía, por primera vez, en la imposibilidad de cumplir una promesa.

Lahur Sessa –refiere la leyenda de la época-, como buen súbdito, no quiso dejar afligido a su soberano. Después de declarar públicamente que se desdecía del pedido que formulará, se dirigió respetuosamente al monarca y prosiguió:

- Maldita, ¡oh rey!, sobre la gran verdad que los brahmanes prudentes tantas veces repiten: los hombres más precavidos, eluden no solo la apariencia engañosa de los números sino también la falsa modestia de los ambiciosos. Infeliz de aquel que toma sobre sus hombros los compromisos de honor por una deuda cuya magnitud no puede valorar por sus propios medios. Más previsor es el que mucho pondera y poco promete.

Y después de ligera pausa, continuó:

- Aprendemos menos con las lecciones de los brahmanes que con la experiencia directa de la vida y de sus lecciones diarias, siempre desdeñadas. El hombre que más vive, más sujeto está a las inquietudes morales, aunque no quiera. Hallase ora triste, ora alegre; hoy vehemente, mañana indiferente; ya activo, ya indolente; la compostura, la corrección, alternará con la liviandad. Sólo el verdadero sabio, instruido en las reglas espirituales, se eleva por encima de esas vicisitudes, pasando por sobre todas esas alternativas.

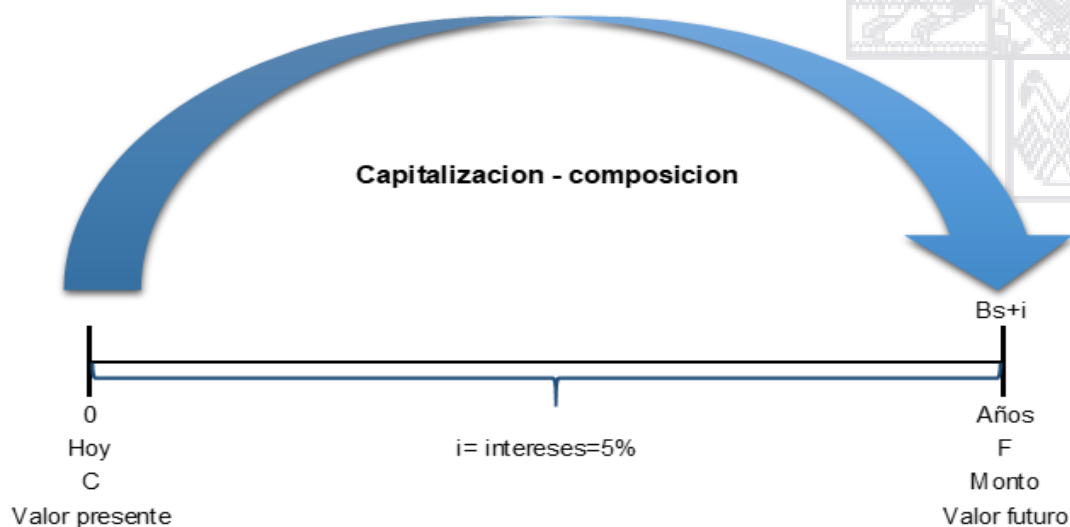
Esas inesperadas y sabias palabras quedaron profundamente grabadas en el espíritu del rey. Olvidando la montaña de trigo que sin querer prometiera al joven brahmán, lo nombró su primer ministro.

Y Lahur Sessa, distrayendo al rey con ingeniosas partidas de ajedrez y orientándolo con sabios y prudentes consejos, prestó los más señalados servicios a su pueblo y a su país, para mayor seguridad del trono y mayor gloria de su patria.

Encantado quedó el califa Al-Motacen cuando Beremís terminó la singular historia del juego de ajedrez. Llamó al jefe de sus escribas y ordenó que la leyenda de Sessa fuese escrita en hojas especiales de pergamino y conservada en hermoso cofre de plata (...)

- *¿Qué enseñanzas nos deja el texto literario leído?*

INTERÉS SIMPLE



La capitalización simple o interés simple es una operación financiera en la que los intereses no se acumulan al capital, es decir que el capital permanece constante en el tiempo. El interés simple se calcula para pagos o cobros sobre el capital, dispuesto inicialmente en todos los períodos considerados.

Fórmulas básicas

El interés simple en matemáticas financieras es el cobrado o pagado por el capital dispuesto inicialmente en un determinado período de tiempo. El interés simple tiene las siguientes características:

No se acumula al capital.

Los intereses no son productivos, no son capaces de producir más intereses a lo largo de la duración de la operación.

El interés es menor al capital y el capital permanece constante.

La fórmula del interés simple es:

$$F = C * (1 + i * n)$$

Otras fórmulas:

$$I = C * i * n$$

$$C = \frac{F}{1 + n * i}$$

$$i = \frac{1}{n} \left[\frac{F}{C} - 1 \right]$$

$$n = \frac{1}{i} \left[\frac{F}{C} - 1 \right]$$

Donde:

F: Capital final es el importe monetario obtenido al final del período, es decir la sumatoria del capital inicial e interés monetario obtenido.

C: Capital inicial es el importe monetario ahorrado o requerido.

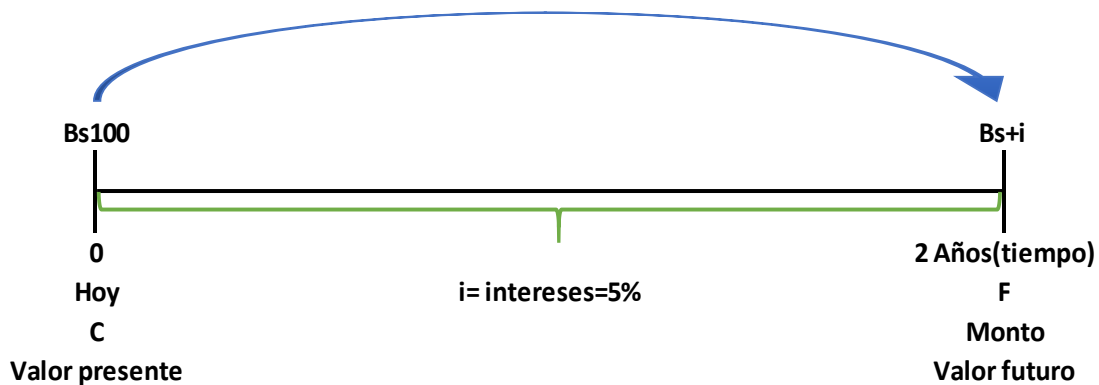
n: Período de tiempo es el intervalo de tiempo en el que se efectiviza la operación (días, meses, trimestres, etc.).

i: Es la tasa de interés en términos porcentuales.

I: Beneficio o interés monetario.

Ejemplo práctico 1

Si una persona deposita Bs100 en una institución financiera y ésta paga una tasa de interés simple de 5% por cada año, entonces el cálculo del beneficio para 2 años será de la siguiente manera:



Solución:

Datos:

Ahorro = Bs100 (**C**)
 Tasa de interés = 5% (**i**)
 Período = 2 años (**n**)

Fórmulas a utilizar:

$$I = C * i * n$$

*Beneficio o interés = Ahorro * tasas de interés * períodos*

Reemplazando valores:

$$\text{Beneficio} = 100 * 0,05 * 2 = 10$$

Entonces, después de dos años la persona recibirá un beneficio o interés monetario de Bs10, por lo tanto, el banco le devolverá Bs110 (Bs100 del ahorro, más Bs10 del beneficio).

Ejemplo práctico 2

Una persona debe pagar Bs100 por una deuda, dentro de 5 años a una tasa de interés simple del 2% anual. ¿Cuál fue el capital inicial?

Solución:

Datos:

Deuda = Bs100 (**F**)
Tasa de interés = 2% (**i**)
Período = 5 años (**n**)

Fórmulas a utilizar:

$$C = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

Reemplazando :

$$C = \frac{100}{(1 + 0,02)^5}$$

$$C = 90,57$$

Entonces el capital inicial fue de Bs90, 57; el interés al 2% por 5 años es de Bs9,09; por lo tanto, la persona devolverá al cabo de cinco años Bs100 (Bs90,91 del capital inicial, más Bs9, 09 del interés).

Ejemplo práctico 3

Una persona ganó Bs4.000 con un capital de Bs3.000 al cabo de 4 años.
¿Cuál fue la tasa de interés anual?

Datos

Capital inicial = Bs3.000 (**C**)
Capital final = Bs4.000 (**F**)
Período = 4 años (**n**)

Fórmulas a utilizar:

$$i = \left[\frac{F}{C} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Reemplazando:

$$i = \left[\frac{4000}{3000} \right]^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$i = 7,46\%$$

Entonces la tasa de interés fue de 7,46 %, el capital final es de Bs4.000 (Bs3.000 del capital inicial, más Bs1.000 del interés).

Ejemplo práctico 4

¿Cuánto tiempo debe esperar una persona, si prestó Bs5.000 a un amigo y esté le devolverá Bs5.500 a una tasa de interés del 2% anual?

Datos:

Capital inicial = Bs5.000 Capital (C)
Capital final = Bs 5.500 Capital final (F)
Tasa de interés = 2% (i)

Fórmulas a utilizar:

$$n = \log \left[\frac{F}{C} \right] / \log(1 + i)$$

$$n = \log \left[\frac{5500}{5000} \right] / \log(1 + 0.02)$$

$$n = 5$$

Entonces la persona debe esperar 5 años para recibir Bs5.500 (Bs5.000 del capital inicial, más Bs500 del interés).

Ejemplo práctico 5

Una persona pide prestado a una entidad financiera Bs100 a devolver dentro de 9 meses, el interés que cobra la entidad financiera es el 12% anual. Se pide calcular el importe de intereses a pagar.

Solución:

Datos:

Capital inicial = Bs100 (C)

Tasa de interés = 12% anual (i)

Período = 9 meses (n)

Se utiliza la siguiente fórmula:

$$I = C * i * T$$

Nota: Tanto el interés porcentual como el tiempo deben estar en la misma unidad de medida.

Por lo tanto, para homogenizar ambas variables convertimos el interés en meses o la duración en años. En este caso convertimos los meses en años.

n = 9 meses para convertir en años $t=9/12$.

Reemplazando:

$$\text{Interés} = 100 * 0,12 * \frac{9}{12}$$

El interés monetario que tendrá que pagar por los 9 meses del préstamo es Bs 9.

Ejemplo práctico 6

Una clienta recibió una carta de su Banco en la que la ofrecen de invertir sus ahorros en una caja de ahorros. Esta cuenta ofrece un interés simple semestral del 5% a un plazo de dos años, la clienta cuenta con Bs100 en sus ahorros. ¿Cuánto le pagará el banco por intereses dentro de dos años si invierte hoy Bs100 en esta cuenta?

Solución

Datos

Tasa de interés = 5% (i)

Capital inicial = Bs100 (C)

Período = 2 años (n)

Fórmula a utilizar:

$$I = C * i * T$$

Podemos convertir el interés en años o el tiempo en semestres, en este caso convertimos el tiempo en semestres.

Homogeneizar 0,05 semestral con la duración de la inversión, 2 años. Como dos años son 4 semestres, en esta operación diremos que $t=4$.

Reemplazando:

$$\text{Interés} = 100 * 0,05 * 4 = Bs20$$

El banco pagará por los Bs100 invertidos en una cuenta de ahorros a un plazo de 2 años un total de Bs20 por concepto de intereses.

Ejemplo práctico 7

Una persona tiene que hacer frente a un pago de Bs6.000 dentro de 10 meses, la persona desea saber cuánto tendrá que invertir hoy si cancela un interés del 6% anual.

Datos:

Capital final = Bs6.000 (F)

Tasa de interés = 6% anual (i)

Tiempo = 10 meses (n)

Capital inicial = ?

Se trata de descontar del valor futuro Bs 6000.

Fórmula:

$$C = \frac{F}{(1 + i * n)}$$

Reemplazamos:

$$C = \frac{6000}{(1 + 0.06 \left(\frac{10}{12}\right))}$$

$$C = \frac{6000}{1.05}$$

$$C = 5714,29$$

La persona tendría que invertir Bs5.714,29 el día hoy para tener Bs6.000 dentro de 10 meses a una tasa de interés de 6%.

Actividad de reflexión

Analicemos cómo el interés simple está presente en nuestras vidas cotidianas.

El interés simple es una herramienta que es utilizada en el ámbito financiero a gran escala y también, puedes usarlo para medir los beneficios de algo más simple, como un préstamo.

O también en situaciones como cuando ahorramos, invertimos dinero, prestamos dinero o nos prestamos, nos ofrecen un descuento, calculamos el precio de un alquiler, compramos un artículo a crédito, tienes un negocio y quisieras saber cuál sería su valor si queremos venderlo.

Actividades de concreción

Realicemos una propuesta de inversión con 4 propuestas de tasa de interés, capital inicial y período; con base en tasas que tienen algunas EIF de tu contexto educativo.



Tema 3:

INTERÉS COMPUESTO

Actividad de inicio

Los sectores económicos más atractivos para la inversión en Bolivia son la joyería, agroindustria, el sector energético, el sector financiero, el sector manufacturero, telecomunicaciones, transportes y turismo.

INTERÉS COMPUESTO

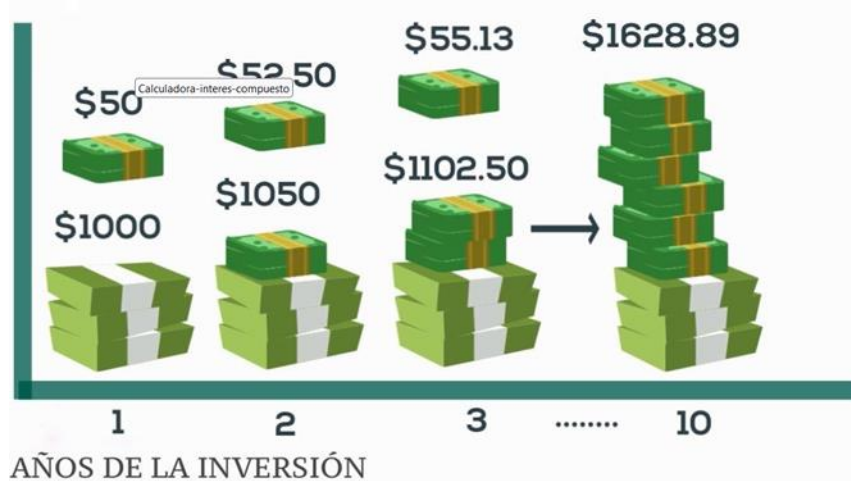
Fórmulas básicas

El interés compuesto es aquel que se va sumando al capital y sobre el que se van generando nuevos intereses, es decir los intereses generados por un capital se capitalizan periódicamente (se suman al capital), al ser ahora el capital más grande generan mayores intereses. Los intereses por lo tanto son capaces de generar intereses mayores en el futuro una vez se hayan capitalizado, debido a que este interés se acumula al capital en cada período de tiempo. El interés compuesto tiene las siguientes características:

Los intereses se calculan siempre sobre el monto acumulado, al final del período anterior.

Aumenta en cada período.

Los intereses representan una suma variable creciente.



En este caso hay mucha diferencia si los intereses se calculan anualmente, mensualmente, trimestralmente, etc., ya que cuantas más ocasiones se calcula el beneficio, más veces se agregará al capital inicial el interés producido.

La **fórmula** es:

Para hallar el valor Futuro – Capital Final

$$F = C * (1 + i)^t$$

Otras fórmulas

Valor Presente – Capital Inicial

$$C = \frac{F}{(1 + i)^t}$$

Tasa de interés

$$i = \left[\frac{F}{C} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Número de períodos

$$t = \frac{\log \left[\frac{F}{C} \right]}{\log * (1 + i)}$$

Donde:

F: Capital final / Valor Futuro

C: Capital inicial / Valor Presente: Período

i: Tasa de interés

t: Tiempo

Ejemplo práctico 8

Una persona deposita Bs100 en una institución financiera por dos años y recibe una tasa de interés del 5% por cada año. ¿Cuánto será el beneficio para dos años?:

Datos

Ahorro = Bs100 (C)

Tasa de interés = 5% (i)

Período = 2 años (n)

$$F = C * (1 + i)^t$$

$$F = 100 * (1 + 0.05)^2$$

$$F = 110.25$$

Para hallar el interés pagado por los dos años

$$I = F - C$$

$$I = 110.25 - 100$$

$$I = 10.25$$

Entonces, después de dos años la persona recibirá un beneficio de Bs10,25 por lo tanto, el banco le devolverá Bs110, 25 (Bs100 del depósito, más Bs10,25 del beneficio).

Ejemplo práctico 9

Una persona debe pagar Bs100 por una deuda dentro de 5 años a una tasa de interés del 2%. ¿Cuál fue el capital inicial?

Datos

Deuda = Bs100 (F)

Tasa de interés = 2% (i)

Período = 5 años (n)

Reemplazando:

$$C = \frac{F}{(1 + i)^t}$$

$$C = \frac{100}{(1 + 0,02)^5}$$

$$C = 90,57$$

Entonces, el capital inicial fue de Bs90,57, el interés es de Bs9,43, por lo tanto la persona devolverá al cabo de cinco años Bs100 (Bs90,57 del capital inicial, más Bs9,43 del interés).



Ejemplo práctico 10

Una persona ganó Bs4.000 con un capital de Bs3.000 al cabo de 4 años.
¿Cuál fue la tasa de interés anual?

Datos

Capital inicial	= Bs3.000 (C)
Capital final	= Bs4.000 (F)
Período	= 4 años (n)

$$i = \left[\frac{F}{C} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = \left[\frac{4.000}{3.000} \right]^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$i = 7,46\%$$

Entonces la tasa de interés fue de 7,46%, el capital final es de Bs4.000 (Bs3.000 del capital inicial, más Bs1.000 del interés).

Ejemplo práctico 11

¿Cuánto tiempo debe esperar una persona si prestó Bs5.000 a un amigo y éste le devolverá Bs5.520,4 a una tasa de interés del 2%?

Datos

Capital inicial	= Bs 5000 (C)
Capital final	= Bs 5520,4 (F)
Tasa de interés	= 2% (i)

$$t = \frac{\log \left[\frac{F}{C} \right]}{\log * (1 + i)}$$

$$t = \frac{\log \left[\frac{5.520,4}{5.000} \right]}{\log * (1 + 0,02)}$$

$$t = 5$$

Entonces, la persona debe esperar 5 años, para recibir Bs5.520,4 (Bs5.000 del capital inicial, más Bs520,4 del interés).

Ejemplo práctico 12

Una persona tiene depositado Bs40.000 en una cuenta de ahorros a una tasa de interés de 1,75% anual. ¿Cuánto tendrá ahorrado en 10 años?

Datos

Capital inicial	= Bs40.000 (C)
Tasa de interés	= 1,75% (i)
Período	= 10 años (n)

$$F = C * (1 + i)^t$$

$$F = 40.000 * (1 + 0,0175)^{10}$$

$$F = 7.577,78$$

Entonces, la persona al cabo de 10 años, recibirá Bs47.577,78 (Bs40.000 del capital inicial, más Bs7.577,78 del interés).

Ejemplo práctico 13

Una familia quiere ahorrar durante los próximos 7 años para la educación universitaria de sus hijos la suma de Bs100.000, si actualmente cuentan con Bs60.000. ¿Cuál es la tasa de interés que ayudará a cumplir sus objetivos?

Datos

Capital inicial	= Bs60.000 (C)
Capital final	= Bs100.000 (F)
Período	= 7 años (n)

$$i = \left[\frac{F}{C} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = \left[\frac{100.000}{60.000} \right]^{\frac{1}{7}} - 1$$

$$i = 7,57\%$$

Entonces, la familia para ahorrar Bs100.000 al cabo de 7 años con un capital inicial de Bs60.000 debe contar con una tasa de interés del 7,57% anual.

Ejemplo práctico 14

Si en el ejemplo anterior los pagos del beneficio o interés se realizan cada tres meses, es decir de manera trimestral y este interés pasa a formar parte del dinero depositado entonces el beneficio del ahorro debe ser calculado con una tasa de interés compuesta.

Ahorro	= 100
Tasa de interés	= 4% anual capitalizable trimestralmente.

Dinero entregado al banco				Ahorro final
100	101,00	102,01	103,03	104,06
0	1	2	3	4
	1,00	1,02	1,03	
Interés ganados				3,06

Para el cálculo anterior se usa la fórmula:

$$F = C \left(1 + i * \frac{t}{c} \right)^{c*t}$$

Donde:

F = Ahorro final

C = Ahorro actual

i = Interés anual

t = Plazo en años

c = Número de veces de capitalizaciones en un año

Reemplazando en la fórmula nuestro ejemplo tenemos:

$$F = 100 \left(1 + 0,04 * \frac{1}{4} \right)^{4*1}$$

$$\text{Entonces: } F = 104,06$$

Como se podrá ver con el interés simple por cada 100 depositado en el banco se gana 4,00 y con el interés compuesto por cada 100 se gana 4,06 de interés.

Ejemplo práctico 15

Joaquín quiere tomar una maestría de aquí a un año, esta maestría dura dos años, el costo por año es de Bs30.000, suponemos que se paga al comienzo del curso. ¿Qué capital debería colocar hoy, en una cuenta de ahorros que le ofrece un interés del 8%, capitalizable anualmente?

Datos

$F1 = \text{Bs}30.000$

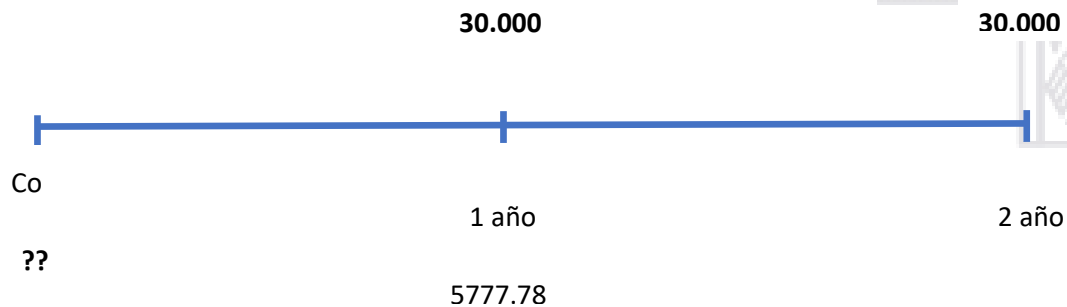
$F2 = \text{Bs}30.000$

$i = 8\%$

$t = 2 \text{ años}$

$$F = \frac{F1}{(1+i)^1} + \frac{F2}{(1+i)^2}$$

Pagos maestría ->



$$F = \frac{30.000}{(1+0.08)^1} + \frac{30.000}{(1+0.08)^2}$$

$$F = 53.497,94$$

Joaquín debería colocar hoy un capital de Bs5.3497,94 en una cuenta de ahorros que cancela un 8% capitalizable anualmente, este capital le permitirá cubrir los dos años de estudios.

Verificación

Para realizar la verificación de lo obtenido, calculamos a partir del capital inicial los pagos requeridos por los próximos dos años:

$$F1 = C * (1 + i)$$

$$F1 = 53.497,94 * (1 + 0.08)$$

$$F1 = 57.777,78$$

Al final del primer año tendremos Bs57.777,78, este año también debemos pagar el primer pago de la maestría por Bs30.000, entonces tendremos:

$$F1 = 57.777,78 - 30.000$$

$$F1 = 27.777,78$$

Para el segundo año la caja de ahorros queda en Bs27.777,78, entonces tendremos:

$$F2 = C * (1 + i)$$

$$F2 = 27.777,78 * (1 + 0.08)$$

$$F2 = 30.000$$

Como se podrá ver para el segundo año tendremos los Bs30.000 requeridos.

1.1. Ejemplo práctico 16

Si en el ejemplo anterior una segunda entidad financiera ofrece una tasa de interés del 10% por una cuenta de ahorros entonces tendremos.

Datos

$F1 = Bs30.000$

$F2 = Bs30.000$

$i = 10\%$

$t = 2$ años

$$F = \frac{F1}{(1 + i)^1} + \frac{F2}{(1 + i)^2}$$

$$F = \frac{30.000}{(1 + 0.10)^1} + \frac{30.000}{(1 + 0.10)^2}$$

$$F = 52.066,12$$

Joaquín debería colocar hoy un capital de Bs5.2066,12 en una cuenta de ahorros que cancela un 10% capitalizable anualmente, este capital le permitirá cubrir los dos años de estudios.

Entonces podemos decir:

- Cuanto mayor sea el tipo de interés utilizado para actualizar uno o varios uno o varios capitales menores será su valor actual.
- Cuanto menor sea el tipo de interés utilizado para actualizar uno o varios capitales mayor será su valor actual.

Reflexionemos

El interés compuesto hace referencia al interés que va aportando a lo largo de los años la rentabilidad de la inversión inicial. Uno de los beneficios más claros del interés compuesto es que aumenta el patrimonio destinado a la inversión.

La inversión sin ahorro es imposible.

Orientaciones para el producto final

1. Sistematiza el desarrollo de las actividades de concreción.
2. Presenta las evidencias de la concreción en la práctica pedagógica.
3. Socializa la experiencia innovadora a partir de las actividades de concreción.

BIBLIOGRAFÍA

- Frank, Ayres Schaum. (1997). *Matemáticas Financieras*. México: Mac Graw Hill.